

IN THE UNITED STATES PATENT AND TRADEMARK OFFICE

Applicant : Pierre Siohan et al.

Applic No.: 10/089,026

Filed : March 26, 2002

For : METHOD FOR TRANSMITTING AN
OFFSET MODULATED (BFDM/OM)
MULTICARRIER SIGNAL

Docket No.: F40.12-0005



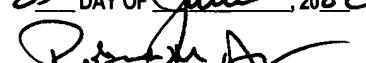
Group Art Unit: ---

Examiner: ---

**CLAIM OF PRIORITY AND TRANSMITTAL OF
CERTIFIED COPY OF PRIORITY DOCUMENT**

Assistant Commissioner for Patents
Washington, D.C. 20231

I HEREBY CERTIFY THAT THIS PAPER IS
BEING SENT BY U.S. MAIL, FIRST CLASS,
TO THE ASSISTANT COMMISSIONER FOR
PATENTS, WASHINGTON, D.C. 20231, THIS

25 DAY OF June, 2002

PATENT ATTORNEY

Sir:

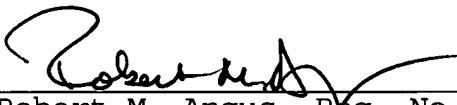
Applicant claims right of priority under the provisions of 35 USC § 119 based on French Patent Application No. FR 99 12371 filed 29 September 1999.

A certified copy of this application is enclosed. This priority application is identified in the Declaration filed HEREWITH.

Applicant requests that priority be granted on the basis of this application.

Respectfully submitted,

WESTMAN, CHAMPLIN & KELLY, P.A.

By: 

Robert M. Angus, Reg. No. 24,383
Suite 1600 - International Centre
900 Second Avenue South
Minneapolis, Minnesota 55402-3319
Phone: (612) 334-3222 Fax: (612) 334-3312

RMA:tas

THIS PAGE BLANK (USPTO)



#9

BREVET D'INVENTION

CERTIFICAT D'UTILITÉ - CERTIFICAT D'ADDITION

COPIE OFFICIELLE

Le Directeur général de l'Institut national de la propriété industrielle certifie que le document ci-annexé est la copie certifiée conforme d'une demande de titre de propriété industrielle déposée à l'Institut.

Fait à Paris, le 27 MARS 2002

Pour le Directeur général de l'Institut
national de la propriété industrielle
Le Chef du Département des brevets

Martine PLANCHE

INSTITUT
NATIONAL DE
LA PROPRIETE
INDUSTRIELLE

SIEGE
26 bis, rue de Saint Petersbourg
75800 PARIS cedex 08
Téléphone : 33 (1) 53 04 53 04
Télécopie : 33 (1) 42 93 59 30
www.inpi.fr

2013-01-01

2013-01-01

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

1.00

THIS PAGE BLANK (USPTO)

26 bis, rue de Saint Pétersbourg
75800 Paris Cedex 08
Téléphone : 01 53 04 53 04 Télécopie : 01 42 93 59 30

REQUÊTE EN DÉLIVRANCE

Confirmation d'un dépôt par télécopie

Cet imprimé est à remplir à l'encre noire en lettres capitales

Reservé à l'INPI

29 SEP. 1999

DATE DE REMISE DES PIÈCES

9912371

N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL

35 RE

DÉPARTEMENT DE DÉPÔT

29 SEP. 1999

DATE DE DÉPÔT

2 DEMANDE Nature du titre de propriété industrielle

brevet d'invention demande divisionnaire



certificat d'utilité transformation d'une demande de brevet européen

brevet d'invention

Établissement du rapport de recherche

différé immédiat

Le demandeur, personne physique, requiert le paiement échelonné de la redevance oui non

Titre de l'invention (200 caractères maximum)

Procédé de transmission d'un signal BFDM/OQAM, procédés de modulation et de démodulation et dispositif correspondants.

3 DEMANDEUR (S) n° SIREN

code APE-NAF

Nom et prénoms (souligner le nom patronymique) ou dénomination

1. FRANCE TELECOM

Forme juridique

Société Anonyme

2. TELEDIFFUSION DE France

Société Anonyme

Française

Nationalité (s)

Adresse (s) complète (s)

Pays

**1. 6 place d'Alleray
75015 PARIS**

France

**2. 10, rue d'Oradour-sur-Glane
75732 PARIS Cédex 15**

France

En cas d'insuffisance de place, poursuivre sur papier libre

4 INVENTEUR (S) Les inventeurs sont les demandeurs

oui

non

Si la réponse est non, fournir une désignation séparée

5 RÉDUCTION DU TAUX DES REDEVANCES

requise pour la 1ère fois

requise antérieurement au dépôt : joindre copie de la décision d'admission

6 DÉCLARATION DE PRIORITÉ OU REQUÊTE DU BÉNÉFICE DE LA DATE DE DÉPÔT D'UNE DEMANDE ANTIÉRIEURE

pays d'origine

numéro

date de dépôt

nature de la demande

7 DIVISIONS antérieures à la présente demande n°

date

n°

date

8 SIGNATURE DU DEMANDEUR OU DU MANDATAIRE

(nom et qualité de mandataire)

**P. VIDON
(CPI 92-1250)**

SIGNATURE DU PRÉPOSÉ À LA RÉCEPTION

SIGNATURE APRÈS ENREGISTREMENT DE LA DEMANDE À L'INPI

BREVET D'INVENTION, CERTIFICAT D'UTILITE



DEPARTEMENT DES BREVETS

26bis, rue de Saint-Petersbourg
75800 Paris Cedex 08
Tél. : 01 53 04 53 04 - Télécopie : 01 42 93 59 30

DÉSIGNATION DE L'INVENTEUR

(si le demandeur n'est pas l'inventeur ou l'unique inventeur)

N° D'ENREGISTREMENT NATIONAL

9912371

TITRE DE L'INVENTION : **Procédé de transmission d'un signal BFDM/OQAM, procédés de modulation et de démodulation et dispositif correspondants.**

LE(S) SOUSSIGNÉ(S) **Patrice VIDON**
Cabinet Patrice VIDON
Immeuble Germanium
80 avenue des Buttes de Coësmes
35700 RENNES

DÉSIGNE(NT) EN TANT QU'INVENTEUR(S) (indiquer nom, prénom, adresse et souligner le nom patronymique) :
M. Pierre SIOHAN
35, rue Maurice Haye
35200 RENNES

M. Cyrille SICLET
16 rue Plançon
25000 BESANCON

NOTA : A titre exceptionnel, le nom de l'inventeur peut être suivi de celui de la société à laquelle il appartient (société d'appartenance) lorsque celle-ci est différente de la société déposante ou titulaire.

Date et signature (s) du (des) demandeur (s) ou du mandataire(s) : *Patrice VIDON*

le 1^{er} février 1999
P. VIDON (CPL92-1250)

Procédé de transmission d'un signal BFDM/OQAM, procédés de modulation et de démodulation et dispositif correspondants.

Le domaine de l'invention est celui de la transmission de signaux numériques, basés, sur des modulations multiporteuses. Plus précisément, l'invention concerne la transmission, et notamment la modulation et la démodulation, des signaux multiporteuses biorthogonaux (BFDM/OQAM).

Depuis plusieurs années, les modulations multiporteuses ont suscité un grand intérêt. Celui-ci se justifie, en particulier, dans le cas des communications avec les mobiles, où leur efficacité a déjà été démontrée pour la diffusion des signaux radio avec, tout d'abord, le système « Digital Audio Broadcasting » (DAB, en français : « Diffusion Audionumérique ») [1] (par souci de simplification et de lisibilité, toutes les références citées dans la présente description ont été regroupées en annexe E) mais également en transmission haut débit sur lignes bifilaires téléphoniques avec les systèmes ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line) et VDSL (Very high bit rate Digital Subscriber Line) [2].

Dans les schémas de modulations multiporteuses usuels, un ensemble de fréquences porteuses, choisi de manière à satisfaire des conditions d'orthogonalité en temps et en fréquence, est multiplexé. C'est le système dit « Orthogonally Frequency Division Multiplex » (OFDM (en français : « multiplex de fréquences orthogonales »)).

L'association à chacune des porteuses d'une modulation d'amplitude en quadrature, sans ou avec « offset », produit, respectivement, les modulations OFDM/QAM et OFDM/OQAM. Cette dernière modulation peut fonctionner sans intervalle de garde et offre également une possibilité de choix plus étendue en ce qui concerne la fonction prototype [3], [4].

Toutefois, l'orthogonalité de l'OFDM ne lui assure l'optimalité que dans le cas de canaux de transmission que l'on peut assimiler à un bruit additif blanc et gaussien. Dans tous les autres cas, l'optimalité de l'OFDM n'est pas garantie.

De ce point de vue, les modulations multiporteuses biorthogonales (BFDM) offrent des possibilités supplémentaires et, en particulier, elles peuvent constituer un meilleur compromis vis-à-vis de canaux de type radio-mobiles qui sont à la fois dispersifs en temps et en fréquence [5].

Par ailleurs une modulation en OQAM de chaque sous-porteuse permet de conserver l'avantage de l'OFDM/OQAM avec la possibilité d'obtenir des fonctions prototypées bien localisées en temps et en fréquence.

A titre indicatif, on rappelle brièvement, en annexe A, les définitions essentielles concernant les aspects mathématiques liés aux modulations de type BFDM/OQAM. Ces aspects ont déjà fait l'objet de publications.

Dans des publications récentes, par exemple [6], [7], une technique de discréttisation des systèmes de modulation BFDM/OQAM a déjà été proposée. Toutefois l'approche décrite en [6] se base essentiellement sur la discréttisation des équations continues qui étendent en discret le formalisme introduit en

continu dans la référence [4] pour l'OFDM/OQAM. Pour l'OFDM/OQAM, cela suppose donc l'utilisation d'une transformation mathématique, puis de la transformation inverse (classiquement FFT puis IFFT). On tronque ensuite le signal discréttisé. L'invention a notamment pour objectif de fournir une nouvelle technique de modulation et de démodulation d'un signal BFDM/OQAM qui soit plus efficace et plus aisée à mettre en œuvre que les techniques connues.

Ainsi, un objectif de l'invention est de fournir de telles techniques de modulation et de démodulation permettant d'assurer, sur un plan théorique, que l'IES (Interférence entre Symboles) et l'IEC (Interférence entre Canaux) soient exactement nuls, sur un support fini.

L'invention a également pour objectif de fournir de telles techniques qui permettent de réaliser des dispositifs satisfaisant structurellement l'annulation de l'IES et de l'IEC.

Un autre objectif de l'invention est de fournir de telles techniques, permettant aussi bien la mise en œuvre de fonctions prototypes symétriques ou non, et identiques ou non à l'émission et à la réception.

Encore un autre objectif de l'invention est de fournir de telles techniques de modulation et de démodulation, qui permettent de réduire et de contrôler les retards de reconstruction, par exemple pour des applications temps réel ou interactive. En d'autres termes, un objectif est de fournir de telles techniques permettant, pour des filtres prototypes de longueur donnée, d'obtenir des délais de reconstruction qui ne sont pas fixes (et qui peuvent donc être plus faibles que ceux de l'OFDM/OQAM).

L'invention a également pour objectif de fournir de telles techniques, qui soient optimales, par rapport à des distorsions produites par un canal gaussien et/ou par des canaux non gaussiens qui ne se réduisent pas simplement à un bruit additif blanc et gaussien, soit au niveau de la réception, soit au niveau de la transmission.

Encore un autre objectif de l'invention est de fournir de telles techniques, permettant d'obtenir des performances supérieures aux techniques connues, en termes de localisation de la transformée.

L'invention a également pour objectif de fournir des dispositifs de modulation et/ou de démodulation, et plus généralement de transmission et/ou de réception de signaux, qui soient aisés et peu coûteux à réaliser et à mettre en œuvre. Ces objectifs, ainsi que d'autres qui apparaîtront par la suite, sont atteints, selon l'invention à l'aide d'un procédé de transmission d'un signal multiporteuse biorthogonal (BFDM/OQAM), mettant en œuvre une structure de transmultiplexeur assurant : une étape de modulation, à l'aide d'un banc de filtres de synthèse, présentant $2M$ branches parallèles, $M \geq 2$, alimentées chacune par des données source, et comprenant chacune un expander d'ordre M et des moyens de filtrage ;

une étape de démodulation, à l'aide d'un banc de filtres d'analyse, présentant $2M$ branches parallèles, comprenant chacune un décimateur d'ordre M et des moyens de filtrage, et délivrant des données reçues représentatives desdites données source,

5 lesdits moyens de filtrage étant déduits d'une fonction de modulation prototype prédéterminée.

10 En d'autres termes, l'invention propose une réalisation nouvelle des systèmes de modulation BFDM/OQAM, basée sur une description système de type transmultiplexeur modulé. Comme cela apparaîtra par la suite, cette technique présente de nombreux avantages, tant en termes de modes de réalisation que d'efficacité des traitements, et notamment de l'annulation de l'IES et de l'IEC.

15 Préférentiellement, lesdits moyens de filtrage dudit banc de filtres de synthèse et/ou dudit banc des filtres d'analyse sont respectivement regroupés sous la forme d'une matrice polyphase. Cela permet, sur un plan pratique, de simplifier la complexité opératoire du transmultiplexeur. De façon avantageuse, au moins une desdites matrices polyphasées comprend une transformée de Fourier inverse à $2M$ entrées et $2M$ sorties. Les inventeurs ont en effet montré que l'utilisation d'une telle transformée, pour laquelle des algorithmes sont disponibles (IFFT), permet de simplifier fortement la réalisation et la mise en œuvre de l'invention.

20 L'invention concerne également le procédé de modulation d'un signal transmis selon le procédé de transmission décrit ci-dessus. Un tel procédé de modulation met avantageusement en œuvre une transformée de Fourier inverse alimentée par $2M$ données source ayant chacune subi un décalage de phase prédéterminée, et alimentant $2M$ modules de filtrage, suivis chacun d'un éxpandeur d'ordre M , dont les sorties sont regroupées puis transmises.

25 L'algorithme de modulation peut alors délivrer des données $s[k]$ telles que :

5 $x_m^0(n) = a_{m,n} e^{j \frac{2\pi}{M} n}$

10
$$x_l^1(n) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{2M-1} x_k^0(n) e^{-j \frac{2\pi}{2M} k \frac{D-M}{2}} e^{j \frac{2\pi}{2M} k l}$$

$$= 2M \sqrt{2} \text{IFFT} \left(x_0^0(n), \dots, x_{2M-1}^0(n) e^{-j \frac{2\pi}{2M} (2M-1) \frac{D-M}{2}} \right)$$

15 $x_l^2(n) = \sum_{k=0}^{m-1} p(l+2kM) x_k^1(n-2k)$

20 $s[k] = \sum_{n=\left\lfloor \frac{k}{M} \right\rfloor}^{\left\lfloor \frac{k}{M} \right\rfloor - 1} x_{k-nM}^2(n)$

25 où $\alpha = \lfloor \frac{k}{M} \rfloor$ et $\beta = \{ \frac{k}{M} \}$ est la fonction "partie entière" d'un réel non négatif

avec α entier présentant le retard de reconstruction ; β est un réel compris entre 0 et $M-1$; $\lfloor \cdot \rfloor$ et $\{ \cdot \}$ est la fonction "partie entière" d'un réel non négatif

De la même façon, l'invention concerne le procédé de démodulation d'un signal transmis selon le procédé de transmission décrit précédemment. Ce procédé de démodulation met avantageusement en œuvre une transformée de Fourier inverse alimentée par $2M$ branches, elles-mêmes alimentées par ledit signal transmis, et comprenant chacune un décimateur d'ordre M suivi d'un module de filtrage, et alimentant $2M$ multiplicateurs de décalage de phase, délivrant une estimation des données source $a_{m,n,\alpha}$ telles que

30 Le procédé de démodulation peut ainsi, avantageusement, délivrer des données $\hat{x}_l^2(n+\alpha)$ telles que

35 $\hat{x}_l^2(n+\alpha) = s[nM + \beta + l]$ lorsque où s est une fonction

40 $\hat{x}_l^2(n+\alpha) = \sum_{k=0}^{m-1} p(l+2kM) \hat{x}_l^1(n+\alpha-2k)$ lorsque s est une fonction

45 $\hat{x}_l^0(n-\alpha) = \sqrt{2} e^{-j \frac{2\pi}{2M} l \frac{D+M}{2}} \sum_{k=0}^{2M-1} \hat{x}_l^1(n-\alpha) e^{j \frac{2\pi}{2M} k l}$

50 $= 2M \sqrt{2} e^{-j \frac{2\pi}{2M} l \frac{D+M}{2}} \text{IFFT} \left(\hat{x}_l^1(n-\alpha), \dots, \hat{x}_{2M-1}^1(n-\alpha) \right)$

$$\hat{a}_{m,n-\alpha} = \Re \left\{ e^{-j\frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \hat{x}_l^0(n-\alpha) \right\}$$

5 De façon avantageuse, dans le procédé de modulation et/ou de démodulation lesdits modules de filtrage sont réalisés sous l'une des formes

appartenant au groupe comprenant :

- les filtres à structure transverse ;
- les filtres à structure en échelle ; et
- les filtres à structure en treillis.

10 D'autres structures de filtres peuvent bien sûr être envisagées, et notamment les structures de filtres à réponse impulsionnelle infinie (RII).

Selon un mode de réalisation particulier, correspondant notamment à la structure en treillis, ledit signal multiporteuse biorthogonal est un signal OFDM/OQAM. Des solutions techniques particulières peuvent alors être

15 envisagées et ce jusqu'au bout de l'invention.

20 L'invention concerne également, bien sûr, les dispositifs d'émission et/ou de réception d'un signal BFDM/OQAM, mettant en œuvre les procédés présentés ci-dessus.

25 D'autres caractéristiques et avantages de l'invention apparaîtront plus clairement à la lecture des modes de réalisation préférentiels, donnés à titre de simples exemples illustratifs et non limitatifs, et des dessins annexés parmi

lesquels :

- la figure 1 illustre la structure générale d'un transmultiplexeur associé à la modulation BFDM/OQAM, selon l'invention ;

30 - la figure 2 présente, de façon simplifiée, une vue globale de la chaîne mettant en œuvre un transmultiplexeur tel qu'illustré en figure 1 ;

- la figure 3 est une représentation sous une forme polyphase du transmultiplexeur de la figure 1 ;

la figure 4 illustre sur un cas élémentaire, l'insertion d'un opérateur de retard placé entre un expander et un décimateur, utilisé dans la mise en œuvre de la représentation polyphase de la figure 3 ;

5 les figures 5 et 6 présentent respectivement un modulateur et un démodulateur BFDM/QQAM réalisés à l'aide d'une FFT inverse ;

- les figures 7 et 8 présentent des filtres à structures en échelle pouvant être utilisés à la place des filtres polyphases des figures 5 et 6, respectivement lorsque s , paramètre entier défini par la suite, est pair ou impair.

10 est pair ou impair ;

la figure 9 illustre une structure sous la forme de treillis pour les filtres polyphasés des figures 5 et 6, dans le cas d'un signal OFDM/OOAM à filtres prototypes symétriques ;

Ensuite, la figure 10 présente un treillis selon la figure 9, dans le cas où nous trouvons normalisé, ce qui est exclu par la condition

- les figures 11A et 11B d'une part et 12A et 12B d'autre part illustrent les réponses temporelle et fréquentielle obtenues dans deux modes de réalisations particuliers, correspondant aux tableaux de l'annexe D.

20 *Comme indiqué précédemment, la technique de l'invention repose
notamment sur une approche particulière de discréétisation, visant à obtenir
directement une description du système de type transmultiplexeur modulé. Outre
l'avantage d'un cadre de description plus général, cette approche offre de
nombreuses possibilités d'exploitation des liens entre les bancs de filtres et les
25 transmultiplexeurs, pour l'optimisation des structures de réalisation et du calcul*

Après avoir présenté la structure générale de représentation des systèmes BFDM/OQAM sous la forme d'un modèle discret de type transmultiplexeur, on présente ci-après quatre modes de réalisation particuliers de l'invention correspondant respectivement à :

deux modes de réalisation BFDM/OQAM qui, au modulateur et au démodulateur, utilisent tous deux un algorithme rapide de transformée de Fourier inverse (IFFT) et se distinguent par le type d'implantation des composantes polyphases du filtre prototype :

- 5 - Mode 1: Algorithme IFFT + filtrage polyphase transverse ;
- Mode 2: Algorithme IFFT + filtrage en échelle.

Il existe deux modes de réalisation adaptés à l'OFDM/OQAM, déduits du principe de réalisation BFDM/OQAM :

- 10 - Mode 3: variante du Mode 1 vérifiant l'orthogonalité discrète de l'OFDM/OQAM avec filtrage polyphase transverse et possibilité de mise en œuvre de filtre prototype symétrique ou non ;
- Mode 4: variante du mode 2 vérifiant l'orthogonalité discrète 15 de l'OFDM/OQAM avec filtrage polyphase réalisé par une structure en treillis. Ceci est évidemment aussi possible.

Des méthodes de design de filtres prototypes illustrant ces procédés de 20 réalisation des modulations BFDM/OQAM et OFDM/OQAM sont également présentées.

Les résultats présentés illustrent notamment les possibilités supplémentaires du BFDM/OQAM pour lequel le 25 délai de transmission reste modulable pour une longueur de filtre prototypique donnée. Ceci permet, par exemple à retard de transmission identique, d'améliorer les performances en terme de localisation temps-fréquence de la transformation associée au modulateur. Cela permet également de maintenir des performances élevées du point de vue de la sélectivité tout en réduisant le délai de transmission ;

ce qui n'est pas dans le cas de systèmes dits dos-à-dos, la possibilité avec les modes 2 et 4 d'annuler totalement l'interférence entre symboles

et de l'interférence entre canaux (IEC) et d'obtenir ainsi ce que l'on peut également appeler la reconstruction parfaite.

D'autres exemples non reportés ici, montrent également qu'il est possible d'obtenir, en biorthogonal, des performances en localisation comparables à celles de l'OFDM/OQAM, et ceci avec des filtres prototypes beaucoup plus courts.

Pour faciliter la lecture, on retient les notations suivantes : les ensembles, par exemple \mathbf{R} le corps réel, ainsi que les vecteurs et matrices, par exemple $\mathbf{E}(z)$ et $\mathbf{R}(z)$ les matrices polyphases, sont notés en caractère gras. Sinon l'ensemble des symboles mathématiques utilisés est noté en caractère standard avec, en général les fonctions du temps en minuscules et les fonctions des domaines transformés (z et Fourier) en majuscules.

1 – Formulation sous forme d'un transmultiplexeur modulé

A partir d'un filtre prototype causal $p[k]$, déduit de $h(t)$ par translation et discréttisation, nous obtenons un schéma de réalisation qui est celui de la figure 1.

Dans ce schéma les filtres $F_i(z)$ et $H_i(z)$, avec $0 \leq i \leq 2M - 1$, se déduisent de $p[k]$ (ou $P(z)$) par modulation complexe, α et β , $0 \leq \beta \leq M - 1$, sont deux entiers qui se relient à un paramètre D de la modulation $D = \alpha M - \beta$. Les calculs permettant d'aboutir à ce schéma sont reportés en annexe B.

On peut noter également que les filtres prototypes peuvent être différents.

Par la suite on se contentera d'étudier le cas particulier où $q[k] = p[D - k]$, sans que cela ne limite la portée de la demande de brevet.

La réalisation d'un schéma de modulation et de démodulation directement selon cette figure 1 serait extrêmement coûteuse, en termes de complexité opératoire. Selon l'approche de l'invention, on décompose donc les filtres prototypes $P(z)$, en fonction de ses composantes polyphases $G(z)$, ainsi que cela est présenté en annexe C.

Cette annexe C précise également la relation d'entrée-sortie, les conditions à respecter sur les composantes polyphases et le retard de construction.

2 – Exemples de réalisation

L'ensemble des modes de réalisation décrits par la suite est basé sur la mise en œuvre d'une transformée de Fourier discrète (TFD).

Cette technique présente bien entendu l'avantage que la TFD se traduit par des algorithmes de calcul rapides, intitulés selon leur sigle anglo-saxon FFT, ou IFFT pour la transformée inverse.

5

On note :

$$W_1 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ e^{-j\frac{2\pi}{2M} \frac{D+M}{2}} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{2M} (2M-1) \frac{D+M}{2}} & \dots \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$W_2 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ e^{-j\frac{2\pi}{2M} \frac{D-M}{2}} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{2M} (2M-1) \frac{D-M}{2}} & \dots \end{pmatrix} \quad (30)$$

Et W la matrice de la transformée de Fourier discrète de taille $2M \times 2M$:

$$[W]_{k,l} = e^{-j\frac{2\pi}{2M} kl}, \quad 0 \leq l, k \leq 2M-1 \quad (31)$$

15

En utilisant les équations (9) à (12) (annexe C) on obtient :

$$R(z^2) = \begin{pmatrix} 0 & G_{2M-1}(z^2) \\ \vdots & \ddots \\ G_0(z^2) & 0 \end{pmatrix} W^* W_2 \quad (32)$$

$$E(z^2) = W_1^* W^* \begin{pmatrix} G_0(z^2) & 0 \\ \vdots & \ddots \\ 0 & G_{2M-1}(z^2) \end{pmatrix} \quad (33)$$

20

On en déduit les schémas du modulateur de la figure 5 et du démodulateur de la figure 6, tous deux réalisés à l'aide d'une transformée de Fourier inverse IFFT 51, 61. Sur ces figures 5 et 6, s est un entier défini par $D = 2sM + d$, d étant un entier compris entre 0 et $2M-1$.

Les notations et données apparaissant sur les figures 5 et 6, de même que sur les autres figures, font bien sûr partie intégrante de la présente description.

Pour simplifier, mais sans perte de généralité, on suppose par la suite que le filtre prototype $P(z)$ est de longueur $2mM$ de sorte que toutes les composantes polyphasées sont de même longueur m .

2.1 - Mode 1 : Algorithme IFFT et décomposition polyphase

En reprenant les notations des figures 5 et 6, on déduit les algorithmes de modulation et de démodulation suivants, déjà mentionnés plus haut :

2.1.1 Algorithme de modulation

$$x_m^0(n) = a_{m,n} e^{j \frac{2\pi}{2M} n} \quad (34)$$

$$x_l^1(n) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{2M-1} x_k^0(n) e^{-j \frac{2\pi}{2M} k \frac{D-M}{2}} e^{j \frac{2\pi}{2M} kl} \quad (35)$$

$$x_l^2(n) = 2M\sqrt{2} \text{IFFT} \left(x_0^0(n), x_{2M-1}^0(n) e^{-j \frac{2\pi}{2M} (2M-1) \frac{D-M}{2}} \right) \quad (36)$$

$$x_l^2(n) = \sum_{k=0}^{m-1} p(l+2kM) x_k^1(n-2k) \quad (37)$$

$$s[k] = \sum_{n=\left\lfloor \frac{k}{M} \right\rfloor}^{\left\lfloor \frac{k}{M} \right\rfloor + M-1} x_{k-nM}^2(n) \quad (38)$$

2.1.2 Algorithme de démodulation

$$\hat{x}_l^2(n-\alpha) = s[nM - \beta - l] \quad (39)$$

$$\hat{x}_l^1(n-\alpha) = \sum_{k=0}^{m-1} p(l+2kM) \hat{x}_l^2(n-\alpha-2k) \quad (40)$$

$$\hat{x}_l^0(n-\alpha) = \sqrt{2} e^{-j\frac{2\pi}{2M}l\frac{D+M}{2}} \sum_{k=0}^{2M-1} \hat{x}_l^1(n-\alpha) e^{j\frac{2\pi}{2M}kl} \quad (41)$$

$$= 2M\sqrt{2} e^{-j\frac{2\pi}{2M}l\frac{D+M}{2}} \text{IFFT}(\hat{x}_l^1(n-\alpha), \dots, \hat{x}_{2M-1}^1(n-\alpha)) \quad (42)$$

$$\hat{a}_{m,n-\alpha} = \Re \left\{ e^{-j\frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \hat{x}_l^0(n-\alpha) \right\} \quad (43)$$

2.2- Mode 2 : IFFT et structure en échelle

Les schémas en échelle constituent un moyen d'implantation proposé récemment pour la réalisation des bancs de filtres. Les inventeurs ont validé mathématiquement leur application à la BFDM/OQAM, décrite ci-après.

On a vu qu'on peut écrire une modulation BFDM/OQAM sous la forme d'un transmultiplexeur utilisant deux FFT inverses (figures 5 et 6), dans lequel apparaissent explicitement les composantes polyphasées du prototype utilisé.

Chaque filtre polyphasé peut alors s'écrire sous la forme d'une échelle. Selon que s est pair ou impair, on peut remplacer les filtres $G_i(z)$ des figures 5 et 6 par les schémas donnés par les figures 7 et 8. Pour aboutir à de tels schémas, une décomposition matricielle des composantes polyphasées est mise en œuvre, qui s'appuie sur des matrices 2×2 dont le nombre et la nature se déterminent en fonction de la longueur du prototype et du délai de reconstruction souhaité.

Par exemple, pour générer la paire de composantes polyphasées $[G_i(z), G_{M+i}(z)]$ nous procédons en deux étapes :

l'initialisation est réalisée par un couple (F_0, F_1) . F_0 correspond à un produit de trois matrices auquel vont correspondre les trois premiers éléments des schémas du haut aux figures 7 et 8. La forme exacte de F_1 dépend de la parité du paramètre s . C'est la matrice identité pour s pair (cf. schéma du haut à la figure 7) ou c'est un produit de deux matrices C_0 et B_0 pour s impair, auquel

vont correspondre les deux éléments suivants dans le schéma du haut à la figure 8. On obtient ainsi un prototype de longueur $2M$ ($s = 0$) ou $4M$ ($s = 1$).

Pour augmenter la longueur de $P(z)$, sans ou avec accroissement de délai, on applique ensuite un jeu de matrices qui sera respectivement soit (A, B) , soit (C, D) . On obtient ainsi la suite du schéma de réalisation.

Le même principe s'applique aux composantes polyphases $[G_{d-l}(z), G_{d-M-l}(z)]$, en prenant cette fois les inverses des matrices précédentes.

Un intérêt de cette structure est qu'elle garantit une reconstruction parfaite, même en présence d'erreur sur les coefficients calculés, en particulier des erreurs de quantification.

Par ailleurs, cette structure facilite aussi l'optimisation du filtre prototype, par exemple en prenant un critère de localisation ou de sélectivité en fréquence : il suffit d'optimiser $\left(\frac{M}{2} + 1\right)(2m + 1) = mM$ coefficients au lieu de $2mM$, sans introduire de contrainte de reconstruction parfaite.

3 - Complexité des différentes réalisations

Pour effectuer une comparaison des différents modes de réalisation

proposés, on se place dans le cas commun où $N = 2mM$. Dans ce cas, chaque composante polyphase a une longueur égale à m .

Chaque composante polyphase peut être réalisée sous forme transverse, sous la forme d'une échelle ou, dans le cas orthogonal, sous celle d'un treillis.

Même si les échelles et les treillis possèdent deux sorties, une seule est exploitable.

Sur chaque sous-bande, on effectue au niveau du modulateur :

une pré-modulation (un décalage de phase, c'est-à-dire une multiplication complexe) ;
une transformée de Fourier inverse ;
un filtrage polyphase.

Au démodulateur, on effectue les mêmes opérations dans le sens inverse.

On peut donc en déduire la complexité du transmultiplexeur complet avec pré-modulation, en terme d'opérations complexes (tableau 1) ou réelles (tableau 2).

	Additions complexes	Multiplications complexes
Réalisation transverse	$2m - 2 + 2 \log_2 2M$	$2m + 2 + \log_2 2M$
Réalisation en échelles	$4m + 2 + 2 \log_2 2M$	$4m + 2 + \log_2 2M$
Réalisation en treillis (normalisé)	$4m - 4 + 2 \log_2 2M$	$4m + 2 + \log_2 2M$

5

TABLEAU 1 – Nombre d'opérations complexes par sous-bande et par échantillon pour le transmultiplexeur complet.

	Additions réelles	Multiplications réelles
Réalisation transverse	$2m + 3\log_2 2M$	$2m + 4 + 2 \log_2 2M$
Réalisation en échelles	$4m + 4 + 3 \log_2 2M$	$4m + 6 + 2 \log_2 2M$
Réalisation en treillis (normalisé)	$4m + 3 \log_2 + 2M$	$4m + 4 + 2 \log_2 2M$

10

TABLEAU 2 – Nombre d'opérations réelles par sous-bande et par échantillon pour le modulateur (ou le démodulateur).

Le gain apporté par rapport à une réalisation directe du schéma de la figure 1 est donc net, puisque celle-ci nécessiterait $2mM - 1$ additions complexes et $2mM + 1$ multiplications complexes par sous-bande et par échantillon, au modulateur comme au démodulateur.

15

En termes de cases mémoire, il faut stocker $4M$ valeurs complexes pour réaliser la pré-modulation ainsi que les coefficients des différentes structures.

Lorsqu'on a les mêmes filtres à l'émission et à la réception, on obtient la première colonne du tableau 3. Par ailleurs, il faut dans tous les cas stocker $4(m + 1)M$ valeurs complexes dans un "buffer" pour le filtrage polyphase au modulateur comme au démodulateur.

5

	ROM	RAM
Réalisation transverse	$2(m + 1)M + 2$	$4(m + 3)M$
Réalisation en échelles	$(2m + 1) \left\lfloor \frac{M - 1}{2} \right\rfloor + 2M + 2$	$4(m + 3)M$
Filtre transverse symétrique	$(m + 2)M + 2$	$4(m + 3)M$
Réalisation en treillis (normalisé)	$m \left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor + 2M + 2$	$4(m + 3)M$

TABLEAU 3 = Cases mémoire réelles pour le modulateur (ou le démodulateur) complet.

10

IES = $\frac{1}{2}M(M + 1)M$ IEC = $\frac{1}{2}M(M + 1)M$

Les différentes techniques proposées se caractérisent notamment par le fait que, pour un système modulateur-démodulateur mis "dos-à-dos", leurs IES et IEC sont exactement nulles. En pratique, du fait de l'imprécision du calcul numérique, elles sont généralement de l'ordre de 10^{-14} .

15

Dans le cas des modes 2 et 4, cette caractéristique de reconstruction parfaite est assurée structurellement, c'est-à-dire qu'elle est maintenue après quantification des coefficients échelles pour le BFDM/OQAM ou treillis pour l'OFDM/OQAM.

20

Deux critères peuvent être pris en compte pour le design des filtres prototypés : la localisation et la sélectivité. On peut également tenir compte d'autres aspects, tels que les distorsions de canal représentatives de différents canaux de transmission, par exemple du type radio-mobile.

A titre d'exemples purement indicatifs, les tableaux 4 et 5 de l'annexe D

donnent des réalisations particulières de l'invention, dont les résultats sont illustrés par les figures 11A, 11B, 12A et 12B.

Les figures 11A et 11B présentent respectivement la réponse temporelle

et la réponse fréquentielle pour un prototype biorthogonal avec $M = 4, N = 32$, $\alpha = 8, \xi = 0,9799$ (localisation), $\xi_{\text{mod}} = 0,9851$ (localisation modifiée, selon le critère de Doroslovacki). Elles correspondent à la première colonne du tableau 4 (coefficients transverses) et au tableau 5 (coefficients des échelles).

Les figures 12A et 12B présentent respectivement la réponse temporelle

et la réponse fréquentielle pour un prototype biorthogonal avec $M = 4, N = 32$, $\alpha = 2, \xi = 0,9634$ (localisation), $\xi_{\text{mod}} = 0,9776$ (localisation modifiée, selon la mesure de Doroslovacki). Elles correspondent à la seconde colonne du tableau 4.

Annexe A

Modulation multiporteuse de type BFDM/OQAM

Dans cette annexe, en guise d'introduction aux modulations BFDM/OQAM, nous rappelons quelques définitions essentielles sur la biorthogonalité ([16], [17], [18]).

Soit \mathbf{E} un espace vectoriel sur un corps K , les définitions et propriétés que nous allons utiliser pour générer une modulation BFDM/OQAM peuvent se résumer ainsi:

Définition A.1 Soient $(x_i)_{i \in I}$ et $(\tilde{x}_i)_{i \in I}$ deux familles de vecteurs de \mathbf{E} . $(x_i)_{i \in I}$, $(\tilde{x}_i)_{i \in I}$ sont biorthogonales si et seulement si: $\forall (i, j) \in I^2$, $\langle x_i, \tilde{x}_j \rangle = \delta_{i,j}$

Définition A.2 Soient $(x_i)_{i \in I}$ et $(\tilde{x}_i)_{i \in I}$ deux familles de vecteurs de \mathbf{E} . $(x_i)_{i \in I}$, $(\tilde{x}_i)_{i \in I}$ forment un couple de bases biorthogonales de \mathbf{E} si et seulement si:

- $(x_i)_{i \in I}$ et $(\tilde{x}_i)_{i \in I}$ forment deux bases de \mathbf{E}
- $(x_i)_{i \in I}$ et $(\tilde{x}_i)_{i \in I}$ sont deux familles biorthogonales

Propriété A.1 Soit $((x_i)_{i \in I}, (\tilde{x}_i)_{i \in I})$ un couple de bases biorthogonales de \mathbf{E} , alors $\forall x \in \mathbf{E}$:

- $x = \sum_{i \in I} \langle x_i, x \rangle \tilde{x}_i = \sum_{i \in I} \langle \tilde{x}_i, x \rangle x_i$
- si $x = \sum_{i \in I} \alpha_i x_i$, alors $\alpha_i = \langle \tilde{x}_i, x \rangle$
- si $x = \sum_{i \in I} \tilde{\alpha}_i \tilde{x}_i$, alors $\tilde{\alpha}_i = \langle x_i, x \rangle$
- $\|x\|^2 = \sum_{i \in I} \langle x_i, x \rangle^* \langle \tilde{x}_i, x \rangle$

Un signal complexe modulé en fréquence sur $2M$ sous-porteuses peut s'écrire

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2M-1} a_{m,n} h(t - n\tau_0) e^{2j\pi(f_0 + m\nu_0)t} e^{j\varphi_{m,n}} \quad (1)$$

avec :

- $a_{m,n} \in \mathbf{R}$;
- h un filtre prototype réel, de largeur de bande ν_0 et de support fini: $h(t) \in [-T_1, T_2]$ avec T_1 et T_2 des réels;



- $f_0 = 0$;
- $\nu_0 \tau_0 = \frac{1}{2}$.

Pour obtenir une modulation biorthogonale on cherche à écrire $s(t)$ à l'aide d'un couple $(\chi_{m,n}, \tilde{\chi}_{m,n})$ de bases biorthogonales:

5

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2M-1} a_{m,n} \chi_{m,n}(t) \quad (2)$$

avec:

10

$$a_{m,n} = \Re \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \tilde{\chi}_{m,n}^*(t) dt \right\} = \langle s, \tilde{\chi}_{m,n} \rangle \quad (3)$$

La dérivation des expressions des bases discrètes associées est présentée en annexe 2.

Après translation de T_1 et discrétisation à la période $T_e = \frac{\tau_0}{M} = \frac{1}{2M\nu_0}$, il est également possible, cf. annexe 2, de définir un couple de bases biorthogonales discrètes $(\chi_{m,n}[k], \tilde{\chi}_{m,n}[k])$ tel que

15

$$s[k] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2M-1} a_{m,n} \chi_{m,n}[k] \quad (4)$$

$$a_{m,n} = \Re \left\{ \sum_k s[k] \tilde{\chi}_{m,n}^*[k] \right\} = \langle s, \tilde{\chi}_{m,n} \rangle \quad (5)$$

20

avec:

$$\chi_{m,n}[k] = (-1)^{mn} \sqrt{2} p[k - nM] e^{j \frac{2\pi}{2M} m(k - nM - \frac{D-M}{2})} \quad (6)$$

$$\tilde{\chi}_{m,n}[k] = (-1)^{mn} \sqrt{2} q[k + nM] e^{j \frac{2\pi}{2M} m(k + nM - \frac{D-M}{2})} \quad (7)$$

25

Annexe B

Le transmultiplexeur BFDM/OQAM

B.1 Cas général biorthogonal

On pose N la longueur du filtre prototypique $p[k]$, de telle sorte que:

$$2T = T_1 + T_2 = (N-1)T_e \quad (8)$$

et $T_1 = 2\lambda T$, $T_2 = 2(1-\lambda)T$ avec $\lambda \in [0, 1]$. Alors:

$$s[k] = \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2M-1} a_{m,n} (-1)^{mn} p[k-nM] \times e^{j\frac{2\pi}{2M}m(k-nM)} e^{j(\varphi_{m,n} - \frac{2\pi}{2M}m\lambda(N-1))} \quad (9)$$

$$= \sqrt{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2M-1} a_{m,n} (-1)^{mn} p[k-nM] \times e^{j\frac{2\pi}{2M}m(k-nM - \frac{D-M}{2})} e^{j(\varphi_{m,n} + \frac{2\pi}{2M}m(\frac{D-M}{2} - \lambda(N-1)))} \quad (10)$$

avec D un paramètre fixé arbitrairement et qui, comme on le verra, permet de gérer le retard de reconstruction. Au vu de l'équation (10), on pose maintenant:

$$\varphi_{m,n} = n\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{2M} \left(\frac{D-M}{2} - \lambda(N-1) \right) \quad (11)$$

$$x_m(n) = (-1)^{mn} e^{j\frac{\pi}{2}n} a_{m,n} \quad (12)$$

$$f_m(k) = \sqrt{2} p[k] e^{j\frac{2\pi}{2M}m(k - \frac{D-M}{2})} \quad (13)$$

de sorte que:

$$s[k] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{2M-1} x_m(n) f_m(k - nM) \quad (14)$$

Par ailleurs, la base duale de démodulation s'écrit:

$$\tilde{x}_{m,n}[k] = (-1)^{mn} \sqrt{2} q[k - nM] e^{j\frac{2\pi}{2M}m(k - nM - \frac{D-M}{2})} e^{j\frac{\pi}{2}n} \quad (15)$$



et:

$$\hat{a}_{m,n} = \Re \left\{ (-1)^{mn} \sqrt{2} \sum_k s[k] q[k - nM] \times e^{-j \frac{2\pi}{2M} m (k - nM - \frac{D-M}{2})} e^{-j \frac{\pi}{2} n} \right\} \quad (16)$$

5

$$= \Re \left\{ (-1)^{mn} \sqrt{2} \sum_k s[D + nM - k] q[D - k] \times e^{-j \frac{2\pi}{2M} m (D - k - \frac{D-M}{2})} e^{-j \frac{\pi}{2} n} \right\} \quad (17)$$

10

$$= \Re \left\{ (-1)^{mn} \sqrt{2} \sum_k s[D + nM - k] q[D - k] \times e^{j \frac{2\pi}{2M} m (k - \frac{D+M}{2})} e^{-j \frac{\pi}{2} n} \right\} \quad (18)$$

ce qui nous amène à poser:

$$h_m(k) = \sqrt{2} q[D - k] e^{j \frac{2\pi}{2M} m (k - \frac{D+M}{2})} \quad (19)$$

15

et

$$D = \alpha M - \beta \quad \text{avec } \alpha \text{ et } \beta \text{ entiers et } 0 \leq \beta \leq M - 1 \quad (20)$$

de sorte que:

$$20 \quad \hat{a}_{m,n-\alpha} = \Re \left\{ (-1)^{m(n-\alpha)} e^{-j \frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \sum_k s[nM - k - \beta] h_m(k) \right\} \quad (21)$$

Le facteur $(-1)^{mn}$ apparaît aussi bien au modulateur qu'au démodulateur si bien qu'on peut le supprimer sans rien changer, et on aboutit alors au schéma du transmultiplexeur de la figure 1.

25

B.2 Cas particulier orthogonal

Dans le cas orthogonal, on a $D = N - 1$ et $q[k] = p[k]$, d'où:

$$f_m(k) = \sqrt{2} p[k] e^{j \frac{2\pi}{2M} m (k - \frac{N-1}{2})} e^{j \frac{\pi}{2} m} \quad (22)$$

$$h_m(k) = \sqrt{2} p[N - 1 - k] e^{j \frac{2\pi}{2M} m (k - \frac{N-1}{2})} e^{-j \frac{\pi}{2} m} \quad (23)$$

30

Dans le cas où $q[k] = p[D - k]$ on a alors $p[k] = p[N - 1 - k]$: le prototype est symétrique. Mais contrairement à ce qu'on peut souvent lire de manière implicite ou explicite ([4], [6], [7], [9]), la symétrie du prototype n'est absolument

pas nécessaire. On pourra pour s'en convaincre prendre l'un des prototypes suivants et vérifier numériquement (une vérification directe est assez fastidieuse) qu'il permet la reconstruction parfaite pour $M = 4$ dans le cas orthogonal (on a alors $N - 1 = D = 7$, $\alpha = 2$ et $\beta = 1$):

$$5 \quad P(z) = \frac{1}{4} (1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} - z^{-4} - z^{-4} - z^{-5} - z^{-6} - z^{-7}) \quad (24)$$

$$P(z) = \frac{1}{4} (1 + z^{-1} - z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-4} + z^{-5} - z^{-6} + z^{-7}) \quad (25)$$

On peut même vérifier que tout prototype $P(z) = \sum_{n=0}^7 p(n)z^{-n}$ vérifiant (26) à (31) assure aussi la reconstruction parfaite pour $M = 4$ dans le cas orthogonal:

$$10 \quad c_0 = \pm 1, \quad c_1 = \pm 1 \quad (26)$$

$$\epsilon_0 = \pm 1, \quad \epsilon_1 = \pm 1 \quad (27)$$

$$|p(0)| \leq \frac{\sqrt{2}}{4}, \quad |p(1)| \leq \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (28)$$

$$p(2) = \epsilon_1 \sqrt{\frac{1}{8} - p(1)^2}, \quad p(3) = \epsilon_0 \sqrt{\frac{1}{8} - p(0)^2} \quad (29)$$

$$15 \quad p(4) = c_0 \epsilon_0 \sqrt{\frac{1}{8} - p(0)^2}, \quad p(5) = c_1 \epsilon_1 \sqrt{\frac{1}{8} - p(1)^2} \quad (30)$$

$$p(6) = c_1 \epsilon_1 p(1), \quad p(7) = c_0 \epsilon_0 p(0) \quad (31)$$

Supposons

$$20 \quad \left\{ (A)_{\alpha \beta} \delta P = A_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} \right\}_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} \quad (32)$$

avec $\delta P = \sum_{n=0}^7 p(n)z^{-n}$. On a alors $(A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} = \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta}$ et

$$25 \quad \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} = \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} = \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta}$$

$$= \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} = \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta}$$

$$= \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} = \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta}$$

On a donc $\sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta} = \sum_{n=0}^7 p(n) \sum_{\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (A)_{\alpha \beta} \delta P_{\alpha \beta}$ et



Annexe C

La condition de biorthogonalité

C.1 Approche polyphase

La réalisation d'un schéma de modulation et démodulation selon la figure 1 serait extrêmement coûteux en termes de complexité opératoire. La décomposition du prototype $P(z)$ en fonction de ses composantes polyphasées $G_l(z)$, telle que

$$P(z) = \sum_{l=0}^{2M-1} z^{-l} G_l(z^{2M}) \quad (32)$$

permet d'exprimer ensuite les bancs d'analyse et de synthèse sous la forme

$$H_m(z) = \sqrt{2} \sum_{l=0}^{2M-1} e^{i\pi m(l-\frac{D-M}{2})} z^{-l} G_l(z^{2M}) \quad (33)$$

$$F_m(z) = \sqrt{2} \sum_{l=0}^{2M-1} e^{i\pi m(l-\frac{D-M}{2})} z^{-l} G_l(z^{2M}) \quad (34)$$

On en déduit ainsi l'expression des matrices polyphasées $R(z)$ et $E(z)$ des bancs de filtres du modulateur et démodulateur :

$$(35) \quad E(z^2) = W_1 \begin{pmatrix} G_0(z^2) & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & G_{2M-1}(z^2) & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

$$R(z^2) = J \left[W_2 \begin{pmatrix} G_0(z^2) & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & G_{2M-1}(z^2) & \\ 0 & & & \end{pmatrix} \right]^T$$

$$(36) \quad R(z^2) = J \left[W_2 \begin{pmatrix} 0 & & & G_{2M-1}(z^2) \\ & \ddots & & 0 \\ & & G_0(z^2) & \\ & & 0 & \end{pmatrix} \right]^T$$

où J , W_1 et W_2 sont définis ci-dessous :

$$(37) \quad J = \begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ & \ddots & & \\ 1 & & 0 & \end{pmatrix}$$

$$[W_1]_{k,l} = \sqrt{2} e^{i\pi k(l-\frac{D-M}{2})} \quad (37)$$

$$[W_2]_{k,l} = \sqrt{2} e^{i\pi k(l-\frac{D-M}{2})} \quad (38)$$

De manière à isoler la fonction transmultipleur nous introduisons la notation qui suit, où par commodité d'écriture, on ne prendra plus $x_m(n) = j^n a_{m,n}$, mais $x_m(n) = a_{m,n}$, de manière à avoir:

$$5 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_m(n) = a_{m,n} \\ \Re(\hat{x}'_m(n)) = \hat{x}_m(n) = \hat{a}_{m,n} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_m(-jz) \xleftrightarrow{Tz} j^n a_{m,n} \\ \hat{X}'_m(-jz) \xleftrightarrow{Tz} j^n \hat{x}'_m(n) \end{array} \right. \quad (39)$$

$x_m(n)$ représente les symboles réels à émettre et $\hat{x}'_m(n)$ les symboles complexes reçus avant extraction de la partie réelle. La figure 2 donne une vue globale de la chaîne.

10 Les matrices polyphases $E(z^2)$ et $R(z^2)$ permettent d'obtenir une représentation sous forme polyphase du transmultipleur (figure 3). Il reste alors à prendre la partie réelle des échantillons de sortie $\hat{x}'_m(n - \alpha)$ pour reconstituer l'entrée avec un retard de α échantillons.

C.2 Relation d'entrée-sortie

15 Nous notons $\mathbf{X}(z)$ le vecteur représentant, dans le domaine transformé en z , les données émises. À la réception, après démodulation, nous notons par $\hat{\mathbf{X}}(-jz)$ le vecteur des transformées en z associé aux données reçues. L'extraction de la partie réelle fournit ensuite le vecteur $\hat{\mathbf{X}}(z)$. Notre but est alors :

- de déterminer la relation entrée-sortie, c'est-à-dire la relation entre $\mathbf{X}(z)$ et $\hat{\mathbf{X}}(z)$;
- de déterminer les conditions sur les composantes polyphases $G_l(z)$ de $P(z)$ permettant de garantir l'égalité $\hat{\mathbf{X}}(z) = \mathbf{X}(z)$;
- d'en déduire le retard de construction α .

20 Les 3 principaux éléments de ce schéma permettant de déterminer la relation entrée-sortie sont les 2 matrices polyphases $E(z)$ et $R(z)$ ainsi que la matrice de transfert $\Delta_\beta(z)$, liée aux expandeurs, délais et décimateurs. Pour déterminer cette dernière on peut se baser sur le cas élémentaire représenté à la figure 4 pour lequel la fonction de transfert est donnée par

$$25 \quad V(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } K \text{ n'est pas multiple de } M, \\ z^{-\frac{K}{M}} U(z) & \text{si } K \text{ est multiple de } M \end{cases} \quad (40)$$

De la figure 3 il vient ensuite :

$$\begin{aligned} z^{-\alpha} \hat{\mathbf{X}}'(-jz) &= E(z^2) \Delta_\beta(z) R(z^2) \mathbf{X}(-jz) \\ (jz)^{-\alpha} \hat{\mathbf{X}}'(z) &= E(-z^2) \Delta_\beta(jz) R(-z^2) \mathbf{X}(z) \end{aligned}$$

$$25 \quad \hat{\mathbf{X}}'(z) = j^\alpha z^\alpha \mathbf{W}_1 \mathbf{G}(jz) \mathbf{W}_2^T \mathbf{X}(z) \quad (41)$$

où la matrice $G(z)$ est définie ci-dessous:

$$5 \quad G(z) = \begin{pmatrix} G_0(z^2) & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & G_{2M-1}(z^2) & \\ 0 & & & & & \end{pmatrix} \Delta_\beta(z) \begin{pmatrix} 0 & & & & & \\ & & & & & \\ & & G_{2M-1}(z^2) & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & G_0(z^2) & \\ & & & & & 0 \end{pmatrix} \quad (42)$$

On a alors:

$$\hat{X}(z) = Q(z)X(z) \quad (43)$$

10 avec:

$$Q(z) = \Re \{(jz)^\alpha W_1 G(jz) W_2^T\} \quad (44)$$

Après calcul, on obtient:

$$15 \quad Q(z) = \begin{pmatrix} Q_0(z) & 0 & \cdots & Q_{M-1}(z) & 0 \\ 0 & Q_0(z) & \cdots & Q_1(z) & Q_{M-1}(z) \\ Q_1(z) & 0 & Q_0(z) & \cdots & Q_1(z) \\ \vdots & Q_1(z) & \cdots & 0 & Q_1(z) \\ Q_{M-1}(z) & \cdots & 0 & Q_0(z) & 0 \\ 0 & Q_{M-1}(z) & \cdots & Q_1(z) & 0 & Q_0(z) \end{pmatrix} \quad (45)$$

avec:

$$20 \quad Q_\xi(z) = 2(-1)^\xi \sum_{l=0}^{M-1} U_l(-z^2) \cos \left[\frac{2\pi}{M} \xi \left(l - \frac{d}{2} \right) \right] \quad (46)$$

La signification de d est précisée plus loin. L'expression exacte de $U_l(-z^2)$ dépend d'ailleurs de ce paramètre d (entier positif ou nul), on peut alors démontrer qu'on a reconstruction parfaite si et seulement si:

25

– si $0 \leq d \leq M-1$:

– si $0 \leq l \leq d$:

$$G_l(z) G_{d-l}(z) + z^{-1} G_{M+l}(z) G_{M+d-l}(z) = \frac{z^{-s}}{2M} \quad (47)$$

30

– si $d+1 \leq l \leq M-1$:

$$G_l(z) G_{2M+d-l}(z) + G_{M+l}(z) G_{M+d-l}(z) = \frac{z^{-(s-1)}}{2M} \quad (48)$$

- si $M \leq d \leq 2M - 1$:

- si $0 \leq l \leq d - M$:

$$G_l(z) G_{d-l}(z) + G_{M+l}(z) G_{d-M-l}(z) = \frac{z^{-s}}{2M} \quad (49)$$

- si $d + 1 - M \leq l \leq M - 1$:

$$G_l(z) G_{d-l}(z) + z^{-1} G_{M+l}(z) G_{M+d-l}(z) = \frac{z^{-s}}{2M} \quad (50)$$

avec d et s les entiers définis par $D = 2sM + d$, $s \geq 0$ et $0 \leq d \leq 2M - 1$. Le retard de reconstruction α est lié au paramètre s par les relations:

$$\alpha = \begin{cases} 2s & \text{si } d = 0 \\ 2s + 1 & \text{si } d \in \{1, \dots, M\} \\ 2(s + 1) & \text{si } d \in \{M + 1, \dots, 2M - 1\} \end{cases} \quad (51)$$

De ce résultat on peut déduire le cas particulier orthogonal pour lequel $D = N - 1$, avec N la longueur du filtre prototype paraunitaire, c'est-à-dire symétrique ici (on dit que $P(z)$ est paraunitaire si $P(z) = z^{-(N-1)} \tilde{P}(z)$ avec $\tilde{P}(z) = P^*(z^{-1})$). On peut en effet vérifier que:

$$G_{d-l}(z) = z^{-s} \tilde{G}_l(z) \quad \text{si } 0 \leq l \leq d \quad (52)$$

$$G_{2M+d-l} = z^{-(s+1)} \tilde{G}_l(z) \quad \text{si } d + 1 \leq l \leq 2M - 1 \quad (53)$$

Ainsi, dans le cas particulier orthogonal, on a reconstruction parfaite, avec un retard $\alpha = \frac{N-1+\beta}{M}$, si et seulement si:

$$G_l(z) \tilde{G}_l(z) + G_{l+M}(z) \tilde{G}_{M+l}(z) = \frac{1}{2M} \quad 0 \leq l \leq M - 1 \quad (54)$$

Il s'agit d'un cas particulier où les deux équations qui déterminent le filtre sont toutes deux (l'une en avant, l'autre en arrière) identiques et en symétrie par rapport à la moitié de la longueur du filtre.

25

30

Annexe D

E Coefficients des filtres prototypes obtenus par optimisation

n	exemple figures 11A, 11B	exemple figures 12A, 12B
0	-4.460868105953324e-05	5.014949968230972e-02
1	-8.827693704913472e-05	1.455583816489019e-01
2	1.816721975145588e-04	2.500737066757044e-01
3	-2.302861759368111e-04	3.228805982747062e-01
4	-1.172447599636272e-03	3.661515202615520e-01
5	-1.827055790732281e-03	3.515099229023638e-01
6	-3.760044826875730e-03	2.548572622632939e-01
7	-6.052599354959620e-03	1.351315191913547e-01
8	-6.541334278009250e-03	5.168757567424829e-02
9	-2.320957844665448e-03	1.125177964848224e-02
10	1.063973252261601e-02	-4.802381010162210e-03
11	4.151536856291601e-02	-1.106221296463278e-02
12	1.043838059706333e-01	-8.872655589434630e-03
13	2.005189128209921e-01	-3.753426678003194e-03
14	2.913131449163113e-01	-1.654867643757010e-03
15	3.352627462532674e-01	-1.383187971152199e-03
16	3.351172696026857e-01	-3.813932123570836e-04
17	2.909415993397522e-01	5.624569918905843e-06
18	2.000454638421703e-01	-2.475635347949224e-06
19	1.039959799288574e-01	4.952234305253537e-05
20	4.124129545474275e-02	2.048787314180216e-05
21	1.040407270162191e-02	1.004915628115845e-07
22	-2.440939909195805e-03	4.423431446835775e-08
23	-6.649467765409867e-03	2.649149072234273e-06
24	-5.878063999471562e-03	1.785190585201287e-08
25	-2.983359331348727e-03	6.863128678632993e-12
26	-2.475652683945518e-03	-3.021006714034441e-12
27	-8.249232623623326e-04	-2.308376067571482e-09
28	-8.891453128240245e-05	6.598349790230041e-12
29	-4.464223698699074e-04	-5.789492272166598e-16
30	3.704504269829711e-04	-2.548414264695020e-16
31	1.247820119405080e-05	8.532126971482393e-13

TAB. 4 - Prototypes biorthogonaux avec $M = 4$ et $N = 32$ (coefficients transverses).

TAB. 5

	l=0	l=1
$f_{0,0}$	2.820843813510179e-01	1.299280891559943e-01
$f_{0,1}$	-5.673498928902276e-01	-3.310904763283146e-01
$f_{0,2}$	3.721645241266496e-01	-3.738170157940610e-02
c_0^0	-1.167480680205269e-01	-2.847704852297620e-02
b_0^0	1.064716331427927e-01	-1.181506919769764e-01
a_0^1	-1.596131503239696e-01	9.127789670781582e-02
b_0^1	-2.626782049187459e+01	-2.054722686392923e+01
c_0^1	-1.614447045462511e-04	3.551599154933042e-04
d_0^1	2.628294699122717e+01	2.069686434312222e+01

TAB. 5 - Prototype biorthogonal (coefficients des échelles) avec $M = 4$,
 $N = 32$ et $\alpha = 8$ (cf. fig. 11A, 11B).

10

15

20

25

30

Annexe E

Références

[1] D. Pommier and Yi. Wu. Interleaving of spectrum-spreading in digital radio intended for vehicles. *EBU Rev.-Tech.*, (217):128–142, June 1986.

[2] L. Vandendorpe. Fractionnally spaced linear and decision feedback detectors for transmultiplexers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(4):996–1011, 1998.

[3] B. Le Floch, M. Alard, and C. Berrou. Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex. *Proceedings of the IEEE*, 83:982–996, June 1995.

[4] A. Vahlin and N. Holte. Optimal finite duration pulses for OFDM. *IEEE Trans. Communications*, 44(1):10–14, January 1996.

[5] W. Kozek, A. F. Molish, and E. Bonek. Pulse design for robust multicarrier transmission over doubly dispersive channels. In *Proc. Int. Conf. on Telecommunications (Porto Carras, Greece)*, volume 2, pages 313–317, June 1998.

[6] H. Boelcskei, P. Duhamel, and R. Hleiss. A design of pulse shaping OFDM/OQAM systems for wireless communications with high spectral efficiency. *Submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, November 1998.

[7] H. Boelcskei, P. Duhamel, and R. Hleiss. “Design of pulse shaping OFDM/OQAM systems for high data-rate transmission over wireless channels”. In *Proc. International Conference on Communications (ICC), Vancouver*, June 1999.

[8] N. Lacaille. Relations bancs de filtres-modulations multiporteuses et application à l’OFDM/OQAM. Technical report, DEA Université de Rennes I, CNET/DMR, 1998.

[9] R. D. Koilpillai and P. P. Vaidyanathan. “Cosine-modulated FIR filter banks satisfying perfect reconstruction”. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 40(4):770–783, April 1992.

[10] T. Q. Nguyen and R. D. Koilpillai. The theory and design of arbitrary-length cosine-modulated filter banks and wavelets satisfying perfect reconstruction. *IEEE Trans. Signal Processing*, SP-44(3):473–483, March 1996.

5

[11] Jalali Ali. "Étude et architecture d'un modèle numérique destiné aux modulations multiportees de densité 2". PhD thesis, Université de Rennes I, France, 1998.

[12] L. C. Calvez and P. Vilbé. On the uncertainty principle in discrete signals. *IEEE Trans. Circuits and Systems-II*, 39(6):394–395, June 1992.

[13] M. I. Doroslovački. Product of second moments in time and frequency for discrete-time signals and the uncertainty limit. *Signal Processing*, 67(1), May 1998.

10

[14] C. Roche and P. Siohan. A family of Extended Gaussian Functions with a nearly optimal localization property. In *Proc. First Int. Workshop on Multi-Carrier Spread-Spectrum (Oberpfaffenhofen, Germany)*, pages 179–186, April 1997.

[15] P. Heller, T. Karp, and T. Q. Nguyen. A general formulation of modulated filter banks. *Submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996.

[16] M. Vetterli and J. Kováčević. "Wavelets and Subband Coding". Prentice Hall, 1995.

15

[17] H.G. Feichtinger et al. *Gabor Analysis and Algorithm - Theory and Applications*. Birkhäuser, Boston-Basel-Berlin, 1998.

[18] P. Flandrin. "Temps-Fréquence". Hermès, 1998.

[19] I. Daubechies. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis. *IEEE Transaction Inf. Theory*, 36(5):961–1005, 1990.

20

[20] T. Karp and A. Mertins. "Lifting scheme for biorthogonal modulated filter banks". In *Proc. International Conference on Digital Signal Processing*, Santorini, Greece, July 1997.

[21] T. Karp and A. Mertins. "Efficient filter realizations for cosine-modulated filter banks". In *Proc. Colloque GRETSI*, Grenoble, France, September 1997.

25

30

REVENDICATIONS

1. Procédé de transmission d'un signal multiporteuse biorthogonal BFDM/OQAM, caractérisé en ce qu'il met en œuvre une structure de transmultiplexeur assurant :

- une étape de modulation, à l'aide d'un banc de filtres de synthèse (11), présentant $2M$ branches parallèles, $M \geq 2$, alimentées chacune par des données source, et comprenant chacune un expandeur d'ordre M et des moyens de filtrage ;
- une étape de démodulation, à l'aide d'un banc de filtres d'analyse (12), présentant $2M$ branches parallèles, comprenant chacune un déimateur d'ordre M et des moyens de filtrage, et délivrant des données reçues représentatives desdites données source, lesdits moyens de filtrage étant déduits d'une fonction de modulation prototype prédéterminée.

2. Procédé de transmission selon la revendication 1, caractérisé en ce que lesdits

moyens de filtrage dudit banc de filtres de synthèse et/ou dudit banc de filtres d'analyse sont respectivement regroupés sous la forme d'une matrice polyphase.

3. Procédé de transmission selon la revendication 2, caractérisé en ce qu'au moins une desdites matrices polyphases comprend une transformée de Fourier inverse (51, 61) à $2M$ entrées et $2M$ sorties.

4. Procédé de modulation d'un signal transmis selon le procédé de l'une quelconque des revendications 1 à 3, caractérisé en ce qu'il met en œuvre une transformée de Fourier inverse (51) alimentée par $2M$ données source ayant chacune subie un décalage de phase prédéterminée, et alimentant $2M$ modules de filtrage, suivis chacun d'un expandeur d'ordre M , dont les sorties sont regroupées puis transmises.

5. Procédé de modulation selon la revendication 4, caractérisé en ce qu'il délivre des données $s[k]$ telles que :

$$x_m^0(n) = a_{m,n} e^{j \frac{\pi}{2} n}$$

$$x_l^1(n) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{2M-1} x_k^0(n) e^{-j \frac{2\pi}{2M} k \frac{D-M}{2}} e^{j \frac{2\pi}{2M} kl}$$

$$= 2M\sqrt{2} \text{IFFT} \left(x_0^0(n), \dots, x_{2M-1}^0(n) e^{-j\frac{2\pi}{2M}(2M-1)\frac{D-M}{2}} \right)$$

$$x_l^2(n) = \sum_{k=0}^{m-1} p(l+2kM) x_k^1(n-2k).$$

$\lfloor \frac{k}{M} \rfloor$

$$s[k] = \sum_{n=\lfloor \frac{k}{M} \rfloor + 1}^{\lfloor \frac{k}{M} \rfloor} x_{k-nM}^2(n)$$

et $\lfloor \cdot \rfloor$ est la fonction "partie entière".

5 où $D = \alpha M - \beta$,

avec α entier représentant le retard de reconstruction ;

6 β entier compris entre 0 et $M-1$;

et $\lfloor \cdot \rfloor$ est la fonction "partie entière".

6. Procédé de démodulation d'un signal transmis selon le procédé de l'une

10 quelconque des revendications 1 à 3 caractérisé en ce qu'il met en œuvre une

transformée de Fourier inverse (61) alimentée par $2M$ branches, elles-mêmes alimentées par ledit signal transmis, et comprenant chacune un déimateur

d'ordre M suivi d'un module de filtrage, et alimentant $2M$ multiplieurs de

62 décalage de phase, délivrant une estimation des données source.

7. Procédé de démodulation selon la revendication 6, caractérisé en ce qu'il

délivre des données $\hat{a}_{m,n-\alpha}$ telles que :

$$\hat{x}_l^2(n-\alpha) = s[nM - \beta - l]$$

$$20 \hat{x}_l^1(n-\alpha) = \sum_{k=0}^{m-1} p(l+2kM) \hat{x}_l^2(n-\alpha-2k)$$

$$\hat{x}_l^0(n-\alpha) = \sqrt{2} e^{-j\frac{2\pi}{2M} l \frac{D+M}{2}} \sum_{k=0}^{m-1} \hat{x}_l^1(n-\alpha-2k) e^{j\frac{2\pi}{2M} kl}$$

$$25 \hat{x}_l^0(n-\alpha) = 2M\sqrt{2} e^{-j\frac{2\pi}{2M} l \frac{D+M}{2}} \text{IFFT} \left(\hat{x}_l^1(n-\alpha), \dots, \hat{x}_{2M-1}^1(n-\alpha) \right)$$

$$\hat{a}_{m,n-\alpha} = \Re \left\{ e^{-j\frac{\pi}{2}(n-\alpha)} \hat{x}_l^0(n-\alpha) \right\}$$

avec : $D = 2.s.M + d$,

où : s est un entier ;
 d est compris entre 0 et $2M-1$.

5 8. Procédé de modulation selon l'une quelconque des revendications 4 et 5 ou de démodulation selon l'une quelconque des revendications 6 et 7, caractérisé en ce que lesdits modules de filtrage sont réalisés sous l'une des formes appartenant au groupe comprenant :

- les filtres à structure transverse ;
- les filtres à structure en échelle ; et
- les filtres à structure en treillis.

10 9. Procédé selon l'une quelconque des revendications 1 à 8, caractérisé en ce que ledit signal multiporteuse biorthogonal est un signal OFDM/OQAM.

10. Dispositif d'émission et/ou de réception d'un signal BFDM/OQAM, mettant en œuvre le procédé de l'une quelconque des revendications 1 à 9.



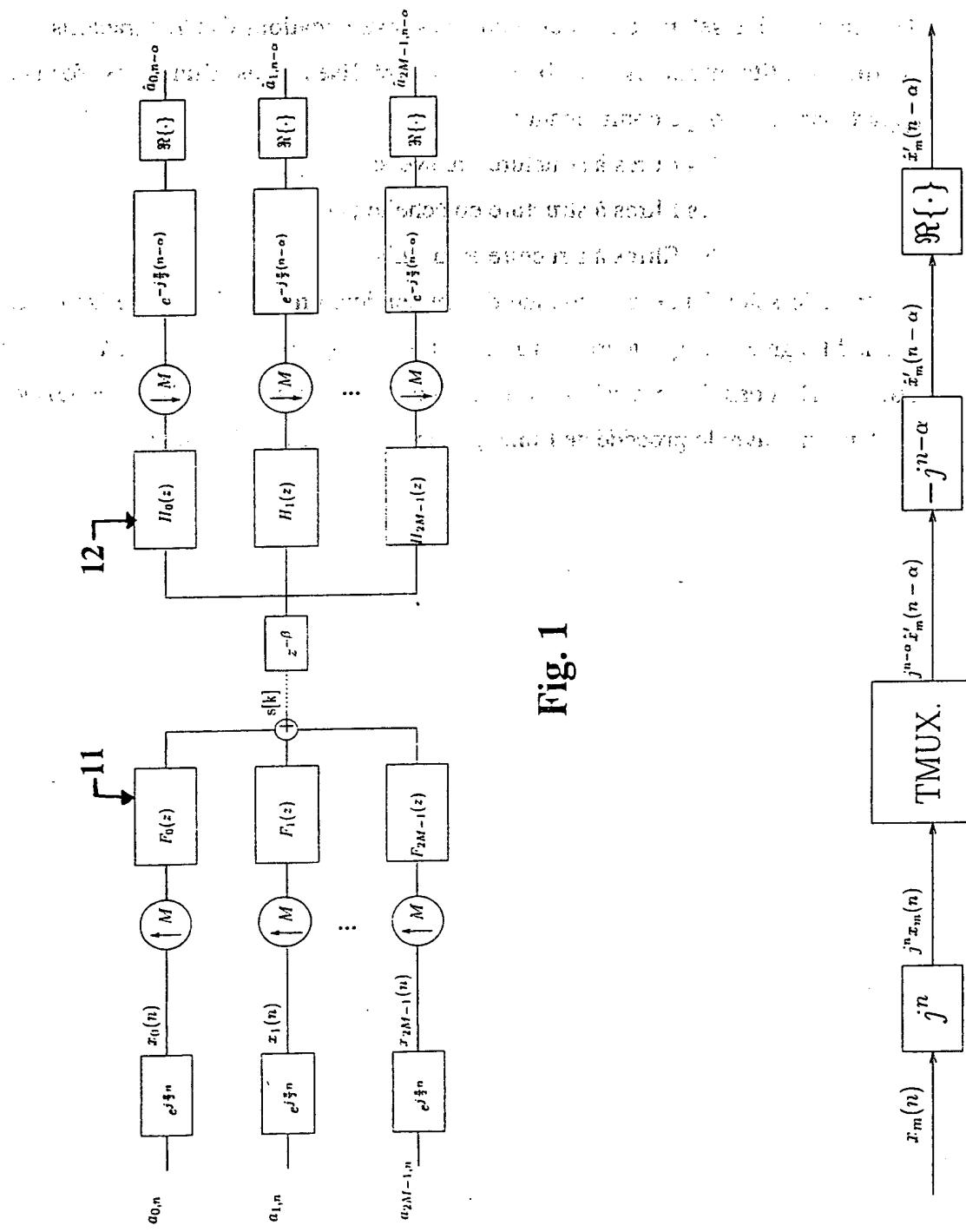


Fig. 1

Fig. 2

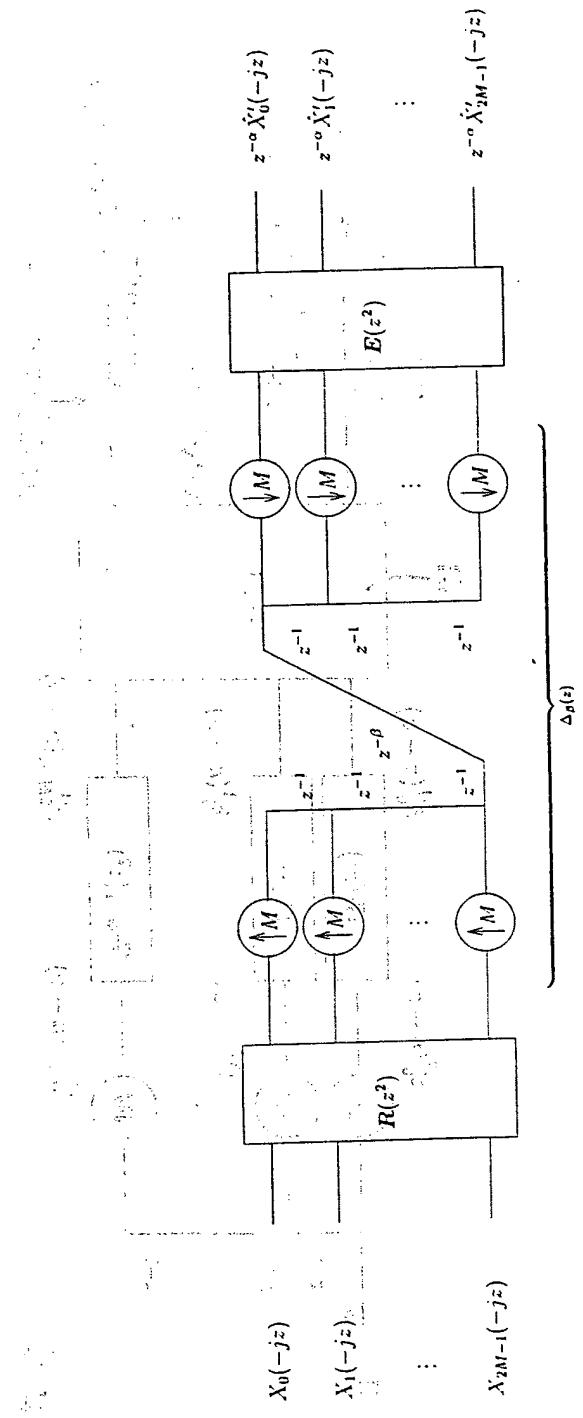


Fig. 3

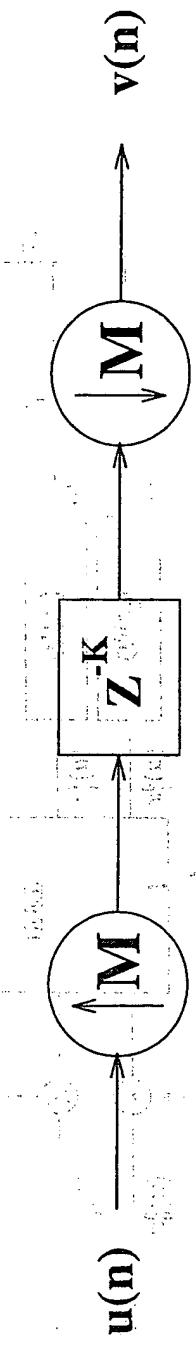


Fig. 4

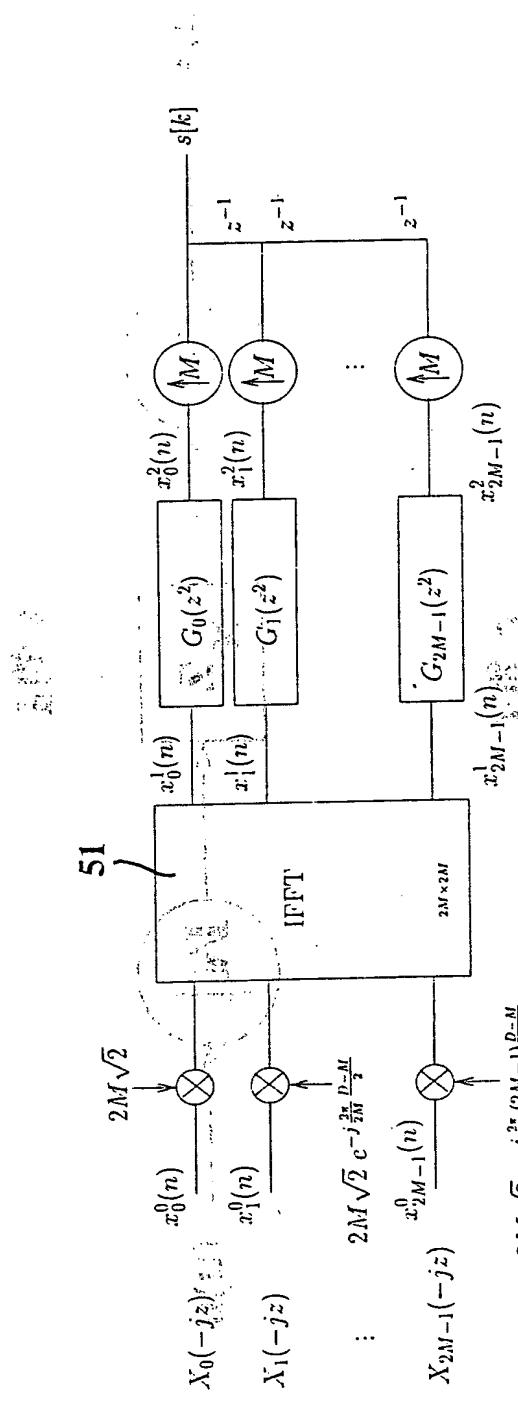


Fig. 5

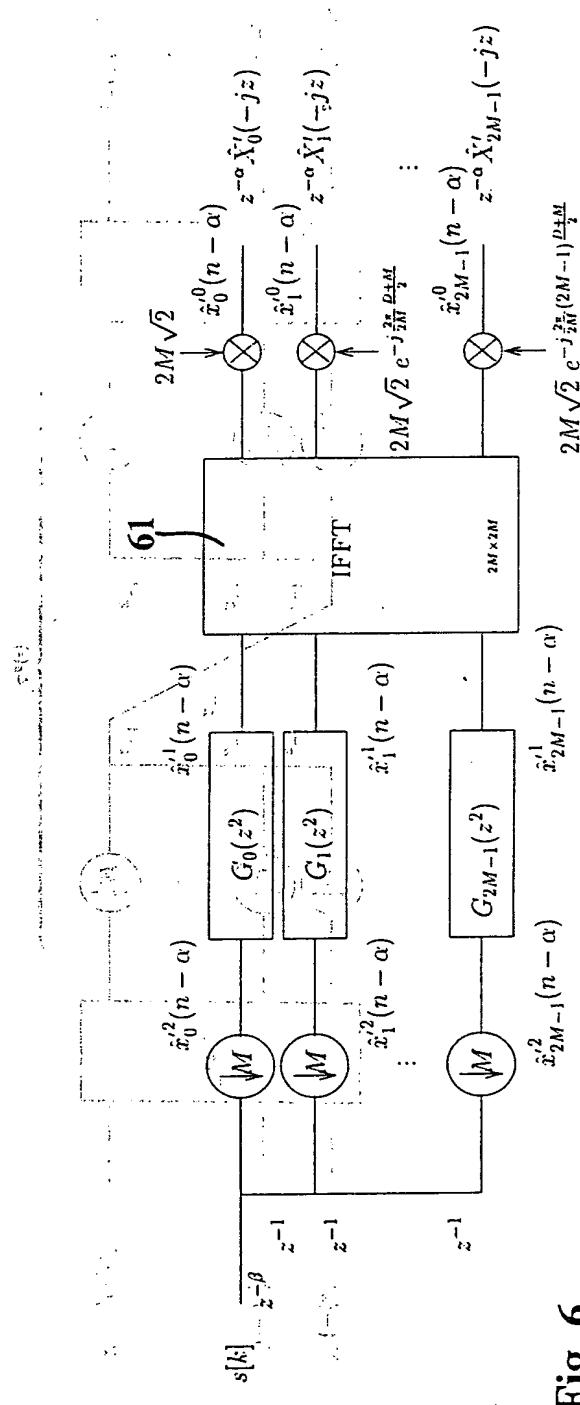


Fig. 6

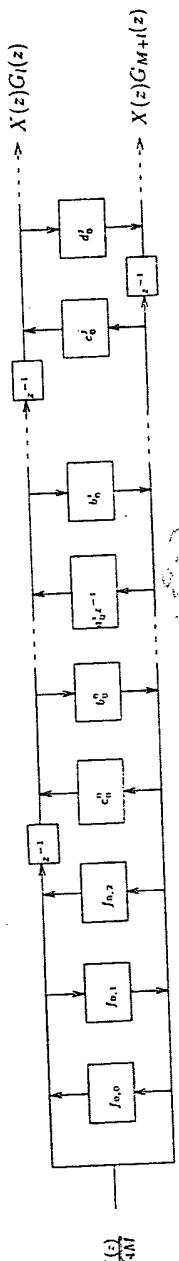


Fig. 7

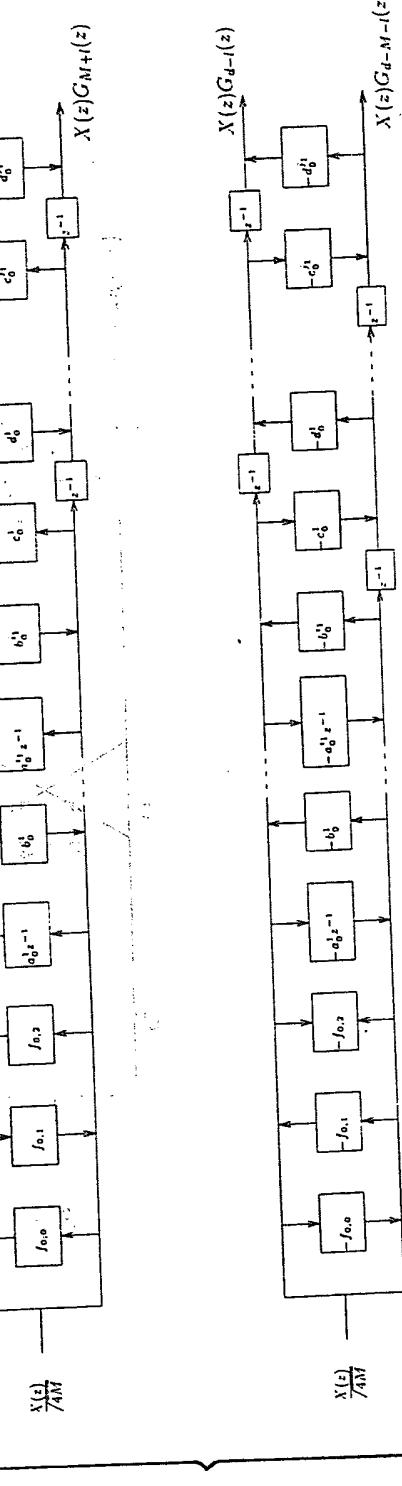
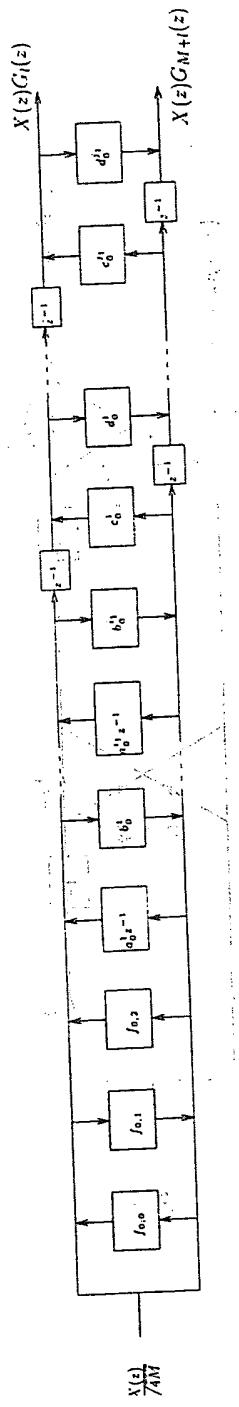
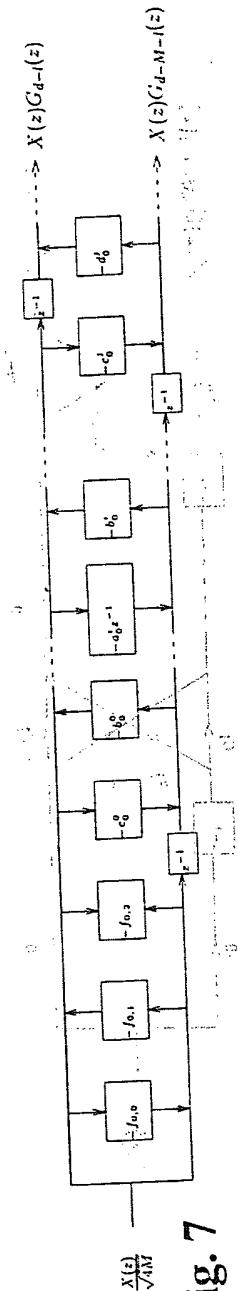


Fig. 8

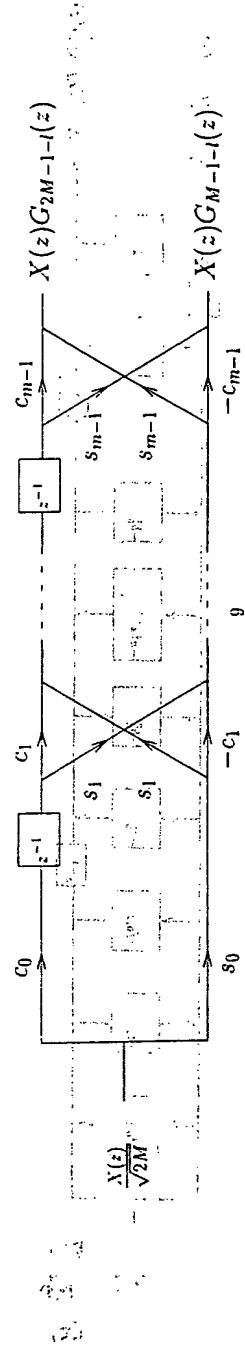
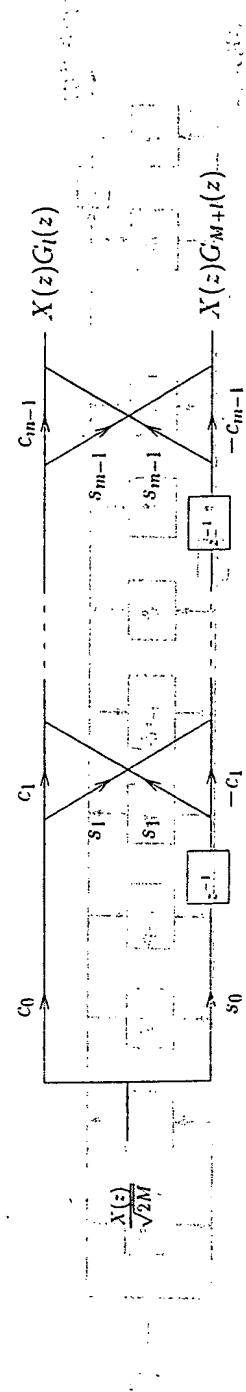


Fig. 9

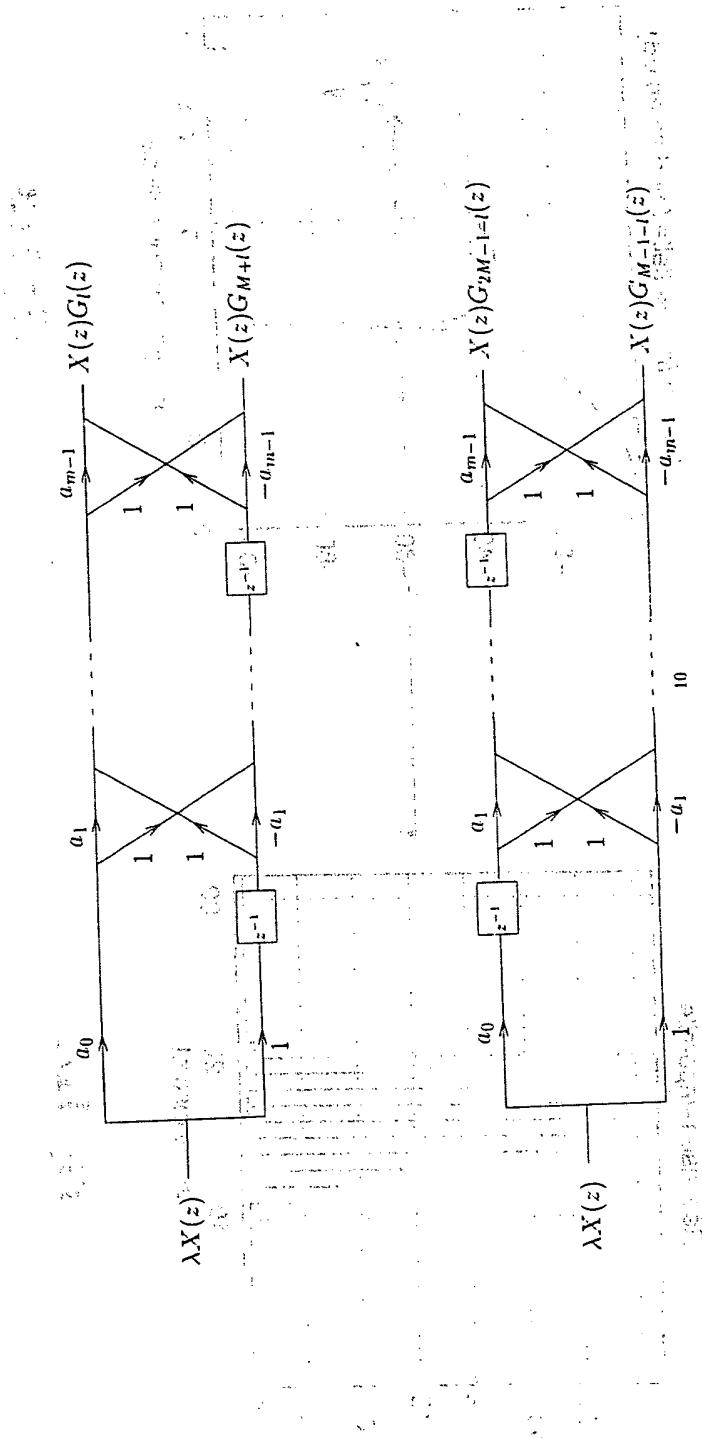


Fig. 10

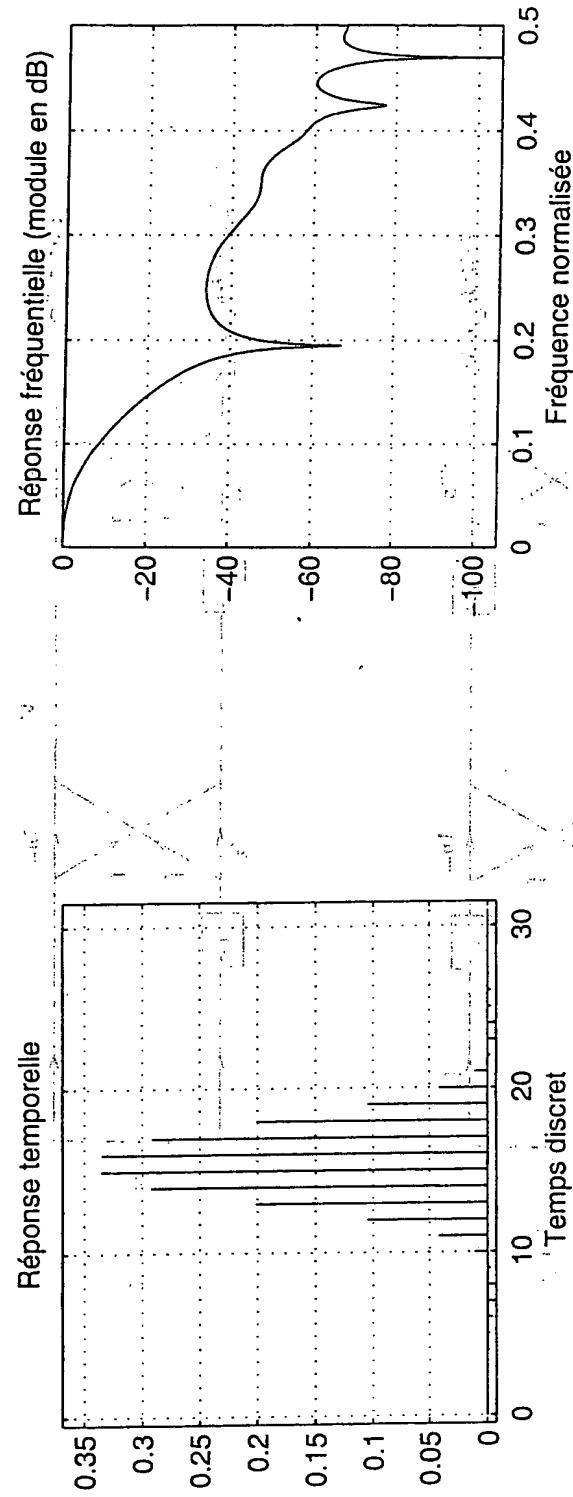


Fig. 11A

Fig. 11B

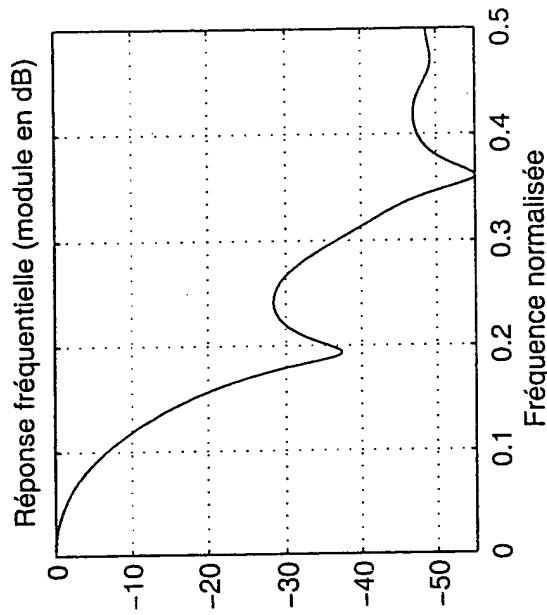


Fig. 12B

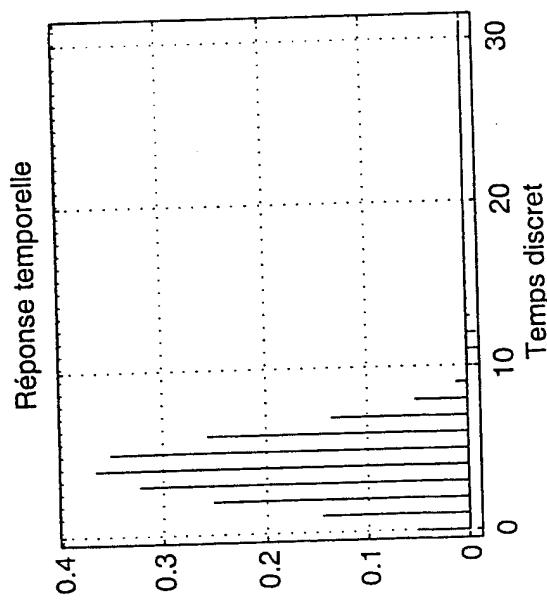


Fig. 12A